

JERZY ZBIGNIEW PIOTROWSKI¹
 MARIANNA OLENETS²
 MARIOLA STARZOMSKA³
 RADOSŁAW ZABOREK⁴

Kielce University of Technology

¹e-mail: jzpiotr@tu.kielce.pl

²e-mail: mari_olensa@mail.ru

³e-mail: m.starzomska@tu.kielce.pl

⁴e-mail: zaborek@tu.kielce.pl

METHOD OF CALCULATION OF AIR TEMPERATURE IN THE OPEN AIR LAYER

Abstract

The building envelopes with the open air layer are common in building energy-efficient houses. In such buildings, air gap is used for moisture elimination from a surface of external wall, which improves its thermal properties. To improve the thermal quality of building envelopes with open air layer and reduce the heat transfer rate during the cold period, it is necessary to conduct more in-depth study of heat exchange in the ventilated layer of air. The article presents a mathematical model of heat transfer through building envelopes with an open air layer for the cold season. In the proposed mathematical model convective and radiant heat fluxes were considered separately.

Keywords: open air layer, thermal performance, mathematical model, convective heat flux, radiant heat flux, heat transfer

1. Introduction

The existing method of calculating heat transfer in open air gap is described in [2, 4, 5, 6]. It enables an approximate calculation of the numerical value of temperature at any cross-section, and gives possibility to determine the outflow of heat from the room. However, it does not allow to fully analyze the degree of influence on the heat transfer and thermophysical properties of building envelopes of such factors as the degree of blackness of enclosing surfaces of the air gap, air flow rate, etc. This is explained by the fact that in existing methods the convective and radiant heat transfer are considered together. These processes are divided in literature [3]. However, in this article the method of calculation of closed air gaps is shown.

2. Mathematical modeling of the heat transfer process through a building envelope with the open air layer

For the analysis of heat transfer processes occurring in the building envelopes with an open-air gap let us look first at the process of heat transfer in a layer of air. In this case the heat flux, which comes from the surface s_1 of the air layer (Fig. 1), should be divided into the

convective and radiant components. The scheme of heat fluxes of the heat transfer process is shown in Figure 1.

Between the inner and outer surface (that is between the surfaces s_1 and s_2 , Fig. 1), which limit the air layer, will be a process of radiant heat transfer through transparent environment, which is air in the interlayer. The radiant heat flux is absorbed by an outer surface of an air layer raising its temperature. The intensity of the radiant heat flux Q_r depends on the temperature of both surfaces (t_1 and t_2) and the emissivity of these surfaces ($\varepsilon_1, \varepsilon_2$). If we select infinitesimal element of length dx in an air layer of meter-wide, then radiant heat flux can be written as:

$$Q_r = \varepsilon_r c_0 \times \left[\left(\frac{t_1(x) + 273}{100} \right)^4 - \left(\frac{t_2(x) + 273}{100} \right)^4 \right] \times dx \cdot 1 \quad (1)$$

where: c_0 – the Stefan–Boltzmann constant, $c_0 = 5,67 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$; ε_r – reduced emissivity of both air layer surfaces.

Near each surface of the air layer convective heat transfer takes place. Near the inner surface the

convective heat flow is directed to the air, which moves along it, the convective heat flux is directed in a similar way from the outer surface (Fig. 1).

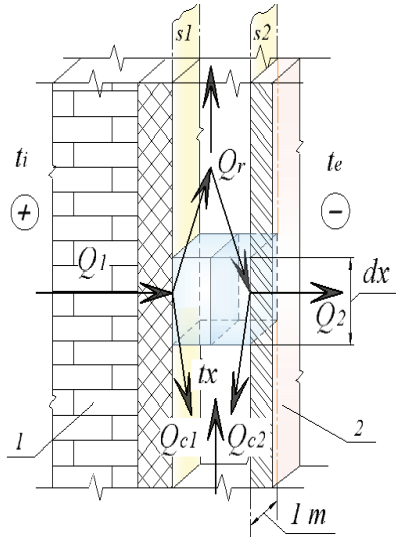


Fig. 1. Scheme of heat fluxes through the open air layer where 1 – inner part of building envelope; 2 – outer part of building envelope

The numerical value of the convective flow is calculated using Newton’s equation. For an elementary volume of air shown in Figure 1, this equation is as follows:
– near surface (s1)

$$Q_{c1} = \alpha_{c1}(t_1(x) - t_{a1}(x))dx \cdot 1 \quad (2)$$

– near surface (s2)

$$Q_{c2} = \alpha_{c2}(t_2(x) - t_{a2}(x))dx \cdot 1 \quad (3)$$

where: α_{c1} , α_{c2} – coefficient of heat transfer near surface (s1) and near surface (s2), respectively; t_{a1} , t_{a2} – air temperature near the surface (s1) and surface (s2), respectively.

Heat flow comes from indoor air through building envelope to the inner surface of the air layer (that is surface s1). This flow is described by the equation

$$Q_1 = k_1(t_i - t_1(x))dx \cdot 1 \quad (4)$$

Heat flow from the outer surface of air layer (s2) to outdoor air can be calculated with the formula

$$Q_2 = k_2(t_2(x) - t_e)dx \cdot 1, \quad (5)$$

In the equations (4) and (5) k_1 , k_2 – coefficient of heat transmission from indoor air to the surface (s1), and from the surface (s2) to outdoor air respectively

$$k_1 = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_{i,l.}}{\lambda_{i,l.}}} \quad k_2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{\delta_{e,l.}}{\lambda_{e,l.}} + \frac{1}{\alpha_e}}$$

where: α_i , α_e – coefficient of heat transfer near inner and outer surface of the building envelope, respectively; $\sum_{i=1}^n \frac{\delta_{i,l.}}{\lambda_{i,l.}}$, $\sum_{i=1}^n \frac{\delta_{e,l.}}{\lambda_{e,l.}}$ – sum of the thermal

conductivity resistances of the layers for the inner and outer part of the building envelope, respectively.

According to the scheme of heat flows (Fig. 1) a system of equations has been made. That system describes the process of heat transfer:

$$\begin{cases} k_1(t_i - t_1(x))dx \cdot 1 = \varepsilon_r c_0 \times \\ \times \left[\left(\frac{t_1(x) + 273}{100} \right)^4 - \left(\frac{t_2(x) + 273}{100} \right)^4 \right] dx \cdot 1 + \\ + \alpha_{c1}(t_1(x) - t_{a1}(x))dx \cdot 1; \\ k_2(t_2(x) - t_e)dx \cdot 1 = \varepsilon_r c_0 \times \\ \times \left[\left(\frac{t_1(x) + 273}{100} \right)^4 - \left(\frac{t_2(x) + 273}{100} \right)^4 \right] dx \cdot 1 - \\ - \alpha_{c2}(t_2(x) - t_{a2}(x))dx \cdot 1 \end{cases} \quad (6)$$

The first equation in this system describes the thermal balance of the surface (s1), and the second one – the surface (s2). The system of equations contains four unknown variables. This is a function of temperature change on the surface (s1) and (s2) as a function of x coordinate, that is $t_1 = f(x)$, $t_2 = f(x)$ and a function of temperature change of air currents, moving near these surfaces $t_{a1} = f(x)$, $t_{a2} = f(x)$.

To analyze the heat transfer process these two equations should be supplemented with two other equations, which describe the heat balance of air flows that move near the inner and outer surface of the air gap. According to this, the mathematical model of heat transfer process from the indoor air to outdoor air through building envelope can be written as

$$\begin{cases} k_1(t_i - t_1(x))dx \cdot 1 = \varepsilon_r c_0 \times \\ \times \left[\left(\frac{t_1(x) + 273}{100} \right)^4 - \left(\frac{t_2(x) + 273}{100} \right)^4 \right] dx \cdot 1 + \\ + \alpha_{c1}(t_1(x) - t_{a1}(x))dx \cdot 1; \\ k_2(t_2(x) - t_e)dx \cdot 1 = \varepsilon_r c_0 \times \\ \times \left[\left(\frac{t_1(x) + 273}{100} \right)^4 - \left(\frac{t_2(x) + 273}{100} \right)^4 \right] dx \cdot 1 - \\ - \alpha_{c2}(t_2(x) - t_{a2}(x))dx \cdot 1; \\ \alpha_{c1}(t_1(x) - t_{a1}(x))dx \cdot 1 = cWdt_{a1}; \\ \alpha_{c2}(t_2(x) - t_{a2}(x))dx \cdot 1 = cWdt_{a2} \end{cases} \quad (7)$$

where: dt_{a1} , dt_{a2} – changes in air temperature at the elementary interval dx near the surface ($s1$) and surface ($s2$), respectively; W – air flow rate, that moves along each surface; c – heat capacity of air.

Consider a more detail differential equation that describes the heat balance of air flow, which moves along the surface ($s1$). This equation is:

$$\alpha_{c1}(t_1(x) - t_{a1}(x))dx \cdot 1 = cWdt_{a1} \quad (8)$$

To integrate this equation, a simplifying assumptions were applied. Assume that the coefficient of convective heat transfer and surface temperature do not depend on the coordinate x . Let us designate $\alpha_{c1}/cW = A = const$ and the expression $t_1 - t_{a1}(x)$ as $\theta(x)$. After differentiating the last expression: $d\theta = d(t_1 - t_{a1}(x))$, from where $d\theta = dt_{a1}(x)$. Substituting the value of A , θ and $d\theta$ in (8) we obtain

$$A dx = -\frac{1}{\theta} d\theta \quad (9)$$

After integrating equation (9) and substituting the intervals of integration (x changes from 0 to x , and θ from $\theta_0 = t_1 - t_e$ to $\theta_x = t_1 - t_{a1}(x)$) it can be transformed into:

$$-A \cdot x = \ln \frac{\theta_x}{\theta_0} \quad (10)$$

When substituted the appropriate values instead of A and θ , we obtain

$$-\frac{\alpha_{c1}}{cW} x = \ln \frac{t_1 - t_{a1}(x)}{t_1 - t_e} \quad (11)$$

After some mathematical transformations we have the resulting equation, which describes air temperature changing when it moves near the surface ($s1$) of the air layer. This equation is

$$t_{a1}(x) = t_1 - \frac{t_1 - t_e}{e^{\frac{\alpha_{c1}x}{cW}}} \quad (12)$$

The differential equation, which describes the heat balance of air that moves along the surface ($s2$) of the air layer, is integrated similarly. After integrating the differential equation $\alpha_{c1}(t_1 - t_{a1}(x))dx \cdot 1 = cWdt_{a1}$, we obtain

$$t_{a2}(x) = t_2 - \frac{t_2 - t_e}{e^{\frac{\alpha_{c2}x}{cW}}} \quad (13)$$

If we substitute (12) and (13) for the last two equations in system (7) then we will obtain a system of equations (14) which describes the heat transfer process through building envelope with an open air layer (a mathematical model of heat transfer).

$$\left\{ \begin{aligned} &k_1(t_i - t_1(x)) = \varepsilon_r c_0 \times \\ &\times \left[\left(\frac{t_1(x) + 273}{100} \right)^4 - \left(\frac{t_2(x) + 273}{100} \right)^4 \right] + \\ &+ \alpha_{c1}(t_1(x) - t_{a1}(x)); \\ &k_2(t_2(x) - t_e) = \varepsilon_r c_0 \times \\ &\times \left[\left(\frac{t_1(x) + 273}{100} \right)^4 - \left(\frac{t_2(x) + 273}{100} \right)^4 \right] - \\ &- \alpha_{c2}(t_2(x) - t_{a2}(x)); \\ &t_{a1}(x) = t_1 - \frac{t_1 - t_e}{e^{\frac{\alpha_{c1}x}{cW}}}; \\ &t_{a2}(x) = t_2 - \frac{t_2 - t_e}{e^{\frac{\alpha_{c2}x}{cW}}} \end{aligned} \right. \quad (14)$$

To solve the system of equations, it is necessary to know the coefficients of convective heat transfer. For this purpose, the flow regime of air motion or rather air velocity in the layer should be determined. To determine the airflow velocity let us add another equation to the mathematical model (14). For horizontal air layer this equation describes the fact that the impedance to movement of air is equal to the wind pressure.

$$\left(\sum \xi + \lambda_f \frac{h}{d_e} \right) \frac{v_{av}^2}{2} \rho_{av} = \\ = (n_1 - n_2) \frac{v_w^2 \rho_e}{2} \quad (15)$$

For the vertical air layer the impedance to movement of air is equal to the sum of wind pressure and gravitational pressure.

$$\left(\sum \xi + \lambda_f \frac{h}{d_e} \right) \frac{v_{av}^2}{2} \rho_{av} = \\ = (n_1 - n_2) \frac{v_w^2 \rho_e}{2} + \Delta P_g \quad (16)$$

In equations (15) and (16) the following notation are used:

$\sum \xi$ – sum of the coefficients of local resistance (sum of the Darcy coefficients); λ_f – average Darcy friction factor; h – height of the air layer; d_e – equivalent

diameter of the air layer; v_{av} – average velocity of airflow; v_w – velocity of wind; ρ_{av} – average density of air in the air layer; ρ_e – density of outdoor air; n_1 , n_2 – aerodynamical coefficient at inlet and outlet of the air layer respectively; ΔP_g – gravitational pressure which occurs in the vertical air layer as the result of difference between outdoor air temperature and air temperature in the layer $\Delta P_g = gh(\rho_e - \rho_{av})$.

The system of equations (14) together with equation (15) or (16) can be solved numerically by using MathCAD. For a preliminary evaluation of results, that have been obtained as the result of solving a mathematical model (14) and on the basis of the existing method [2] a comparative analysis has been made. Table 1 contains the results of parameters in the open air layer that have been calculated using the following initial data:

- $k_1 = 0.764 \text{ W/m}^2 \cdot \text{°C}$;
- $k_2 = 3.323 \text{ W/m}^2 \cdot \text{°C}$;
- $\varepsilon_r = 0.83$;
- $\alpha_{c1} = 0.79 \text{ W/m}^2 \cdot \text{°C}$;
- $\alpha_{c2} = 0.777 \text{ W/m}^2 \cdot \text{°C}$;
- $\dot{W} = 0.0147 \text{ kg/s}$;
- $t_i = 15.5 \text{ °C}$;
- $t_e = -8.5 \text{ °C}$;
- $c = 1005 \text{ J/kg} \cdot \text{°C}$.

Table 1. The air temperature in an open air gap and temperature on the surface (s1) and (s2)

Coordinate x, m	0.5	1.5	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5
Temperature on the surface (s1), °C	-3.20	-3.12	-3.05	-2.98	-2.91	-2.84	-2.77
Temperature on the surface (s2), °C	-6.00	-5.95	-5.9	-5.86	-5.81	-5.76	-5.72
Air temperature near the surface (s1), °C	-8.36	-8.09	-7.82	-7.56	-7.3	-7.06	-6.82
Air temperature near the surface (s2), °C	-8.44	-8.31	-8.18	-8.06	-7.93	-7.81	-7.70
The average air temperature in the layer, °C	-8.4	-8.2	-8.0	-7.8	-7.6	-7.4	-7.3
The air temperature in the layer, that has been calculated on the basis of the existing method [2], °C	-8.2	-7.7	-7.3	-6.9	-6.5	-6.2	-5.9

As a first approximation we can say that the results of calculations that have been obtained by solving a mathematical model (14) and on the basis of the existing method [2] are comparable. At the same time the merit of suggested mathematical model is that this model makes it possible to estimate the influence of many factors on the heat transfer process.

3. Conclusions

Suggested mathematical model allows to more completely than the existing methods, analyze the heat transfer process through building envelope with open air layer to estimate the correlation of convective and radiant heat flux in the air gap and make recommendations for improving the thermal properties of the building envelopes.

References

- [1] Machinsky V. (1949): *Thermal fundamentals of building engineering*. Moscow.
- [2] Fokin K. (1973): *Thermotechnics of a building envelopes parts*. Moscow.
- [3] Story A., Girman L. (2009): *Mathematical model and algorithm for calculating heat transfer through the enclosure with the closed-air layer*. Municipal engineering of cities, scientific-technical collection Ed. 86, pp.188–196, (in Russian).
- [4] Pogorzelski J.A. (1976): *Thermal physics of structure*. Warsaw.
- [5] Bogoslovsky V. (1982): *Thermal physics (thermal fundamentals of heating, ventilation and air conditioning)*, Moscow.
- [6] Gagarin V. (2004): *Calculation of the heat-reflection of facades with ventilated air gap journal ABOK. №2 pp. 20–26, (in Russian)*.
- [7] Mikheev M. (1977): *Fundamentals of heat transmission*, Moscow.

Jerzy Zbigniew Piotrowski
Marianna Olenets
Mariola Starzomska
Radosław Zaborek

Metoda obliczania temperatury powietrza w otwartej warstwie powietrznej

1. Wstęp

Obecnie stosowana metoda obliczeń procesu przepływu ciepła w otwartej warstwie powietrznej została przedstawiona w [2, 4–6]. Daje ona możliwość w przybliżeniu ocenić liczbowe wartości temperatury powietrza w dowolnym przekroju, a także obliczyć odpływ ciepła z pomieszczenia. Niemniej nie pozwala ona w dostatecznym stopniu przeanalizować wpływu na proces przepływu ciepła takich czynników, jak np. stopień zaczerwienia powierzchni, które ograniczają warstwę powietrzną, szybkość ruchu powietrza i innych, a także z dostateczną dokładnością ocenić właściwości obudowy budynku z otwartą warstwą powietrzną. Tłumaczy się to tym, że w istniejącej metodzie obliczeń procesy konwekcyjnej i radiacyjnej wymiany ciepła rozpatruje się łącznie.

2. Matematyczny model procesu przepływu ciepła przez obudowę budynku z otwartą warstwą powietrzną

W celu analizy procesów wymiany ciepła, jakie zachodzą w obudowie budynku z otwartą warstwą powietrzną, rozpatrzono przede wszystkim proces wymiany ciepła w warstwie powietrza – przy czym strumień ciepły jest rozdzielony na składową konwekcyjną i radiacyjną. Między wewnętrzną a zewnętrzną powierzchnią, które ograniczają warstwę powietrzną zachodzi proces radiacyjnej wymiany ciepła poprzez środowisko przezroczyste dla promieniowania, jakim jest powietrze w warstwie. Radiacyjny strumień ciepły będzie oddziaływał na zewnętrznej powierzchni warstwy powietrznej, podwyższając jej temperaturę. Intensywność radiacyjnego strumienia ciepła zależy od temperatury jednej i drugiej powierzchni, a także od stopnia czarności tych powierzchni.

Blisko każdej powierzchni warstwy powietrznej zachodzić będzie konwekcyjna wymiana ciepła. Blisko wewnętrznej powierzchni konwekcyjny strumień ciepła jest skierowany do powietrza, które porusza się wzdłuż niej. Analogicznie skierowany jest konwekcyjny strumień ciepła blisko powierzchni zewnętrz-

nej. Liczbowe wartości konwekcyjnego strumienia ciepła wyznacza się za pomocą równania Newtona.

Przez obudowę budynku strumień ciepła będzie napływać z powietrza w pomieszczeniu do wewnętrznej powierzchni warstwy powietrznej i z zewnętrznej powierzchni warstwy powietrznej do powietrza zewnętrznego.

Biorąc to pod uwagę można ułożyć system równań, w którym pierwsze i drugie równanie będzie charakteryzować balans cieplny wewnętrznej i zewnętrznej powierzchni warstwy powietrznej. Niemniej taki system będzie zawierać cztery niewiadome parametry: dwie funkcje zmiany temperatury na wewnętrznej i zewnętrznej powierzchni w zależności od współrzędnej x , tzn. $t_1 = f(x)$, $t_2 = f(x)$ i dwie funkcje zmiany temperatury strumieni powietrznych, które poruszają się przy tych powierzchniach $t_{a1} = f(x)$, $t_{a2} = f(x)$.

Dla analizy procesu przepływu ciepła konieczne jest uzupełnienie tych równań jeszcze dwoma równaniami różnicowymi, które charakteryzują balans cieplny powietrza, poruszającego się przy wewnętrznej i zewnętrznej powierzchni warstwy powietrznej. Dla rozwiązania dwóch ostatnich równań różniczkowych, wprowadzono warunki, które uproszczają proces integracji: współczynnik konwekcyjnej wymiany ciepła i temperatura powierzchni warstwy nie zależą od współrzędnej x .

Po kilku matematycznych przekształceniach otrzymujemy system równań, który charakteryzuje proces przepływu ciepła w obudowie budynku z otwartą warstwą powietrzną (matematyczny model procesu przepływu ciepła).

Aby rozwiązać system równań należy znać współczynnik konwekcyjnej wymiany ciepła. W tym celu należy określić reżim ruchu powietrza w warstwie, a dokładniej prędkość ruchu powietrza.

Dla wyznaczenia prędkości ruchu strumienia powietrznego model matematyczny uzupełniono równaniem, jakie charakteryzuje równość pełnego oporu ruchu powietrza i sumy naporu wiatru i ciśnienia gra-

witacyjnego (dla pionowej warstwy) albo równaniem, które charakteryzuje równość pełnego oporu ruchu powietrza i naporu wiatru (dla poziomej warstwy).

System równań, jaki charakteryzuje proces przepływu ciepła, razem z jednym z równań dla wyliczenia prędkości ruchu powietrza w warstwie, można rozwiązać metodą liczbową za pomocą programu MathCAD. Poprzednia ocena rezultatów, wykonana na podstawie porównania danych, otrzymanych przy rozwiązaniu zaproponowanego modelu matematycznego i istniejącej metody [2], daje możliwość stwierdzenia w przybliżeniu ich wiarygodności. Przewagą zaproponowanego modelu matematycznego jest możliwość oceny wpływu większej ilości czynników na proces przepływu ciepła.

3. Podsumowanie

Prezentowany model matematyczny pozwala dokładniej, w porównaniu z istniejącymi, przeanalizować proces przepływu ciepła przez obudowę budynku z otwartą warstwą powietrzną, ocenić relacje konwekcyjnego i radiacyjnego strumienia ciepła w warstwie powietrznej i zarekomendować polepszenie właściwości obudowy.