

WALDEMAR SZANIEC¹
KLAUDIA BIERNACKA²

Kielce University of Technology

¹e-mail: waldek.szaniec@tu.kielce.pl

²e-mail: kbiernacka@tu.kielce.pl

MODAL ANALYSIS OF SELECTED BAR DOMES

Abstract

The research paper presents the results of a modal analysis of selected bar domes. The description of geometry and physical features is based on specialist literature. A module added to the computer programme permitted the performance of dynamic calculations. The numerical models were developed using Autodesk Robot, implemented into the MES3D. The static and dynamic tests confirmed the correctness of the performed calculations. The paper presents some results of a modal analysis. Computational models presented here will be used in the analysis of the dome reliability in the case of dynamic loads.

Keywords: bar domes, normal mode vibrations, resonance

1. Introduction. Historical background

Domes, which as architectural structures are among the most outstanding achievements of human civilization, had their beginning in the fourth millennium BC when reed huts with a circular or oval base were covered with domed roofs. Over the centuries domes have acquired different shapes: cupola, semi-circular, semi-elliptical, pointed-arch or bulbous. Continuous cupolas built over circular, elliptical, or polygonal compartments were placed on a wall or drum. The construction of domes involved the application of stone blocks or bricks in the shape of a wedge (arch stones/blocks) [2].

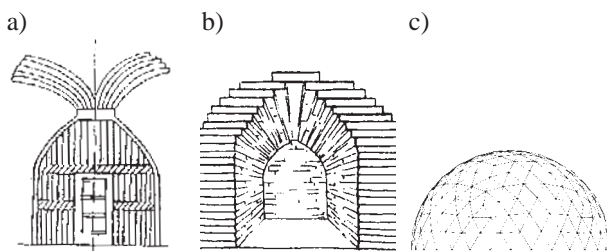


Fig. 1. Development of domes over the centuries: a) reed hut – app. IV century BC [1], b) false underground vault [2], c) geodesic dome [3]

Domes can be classified according to several criteria. With respect to the structure, domes can be defined as continuous or bar ones. The continuous dome underwent a gradual transformation from a covering of an opening

in the wall, through a covering of a quadrilateral area, to the dome proper with a hemispherical vertical cross section. The shape of such a dome is generally connected with a classical double curved surface of revolution which is formed by the rotation of a curved or straight line around a vertical axis going through the highest central point [2].

Bar domes began to be constructed in the 19th century, when the steel and cast iron production technology was developed. The idea was to produce a lightweight structure, easy to assemble and disassemble, which covers very large spans. The methods applied in their calculation are relatively simple, especially when using a computer.

With respect to the arrangement of the bars, domes can be divided into: longitudinal-latitude, lamella, latitude-spiral and geodesic [7].

2. The phenomenon of resonance

To talk about the phenomenon of resonance, one must first define the concept of normal mode (natural) vibrations. Each elastic body is characterized by normal mode vibrations of constant periods. Floorboards, building walls, window panes etc. are all subject to vibration. The light impulses (shocks) which a vibrating body receives from the outside, may affect the vibration amplitude in different ways. The impulses directed opposite to the velocity cause



Fig. 2. General view of the CUS building in Psary

the vibration damping, whereas those directed in line with the velocity – increase the vibration amplitude.

The vibration amplitude increases to infinity when the impact frequency of the exciting force coincides with the normal modes frequency of the structure. Then the system is said to have got into resonance.

In present days with numerous hurricanes and natural disasters, the phenomenon of resonance has become very common. The failures of structures are caused by the increased vibration amplitude resulting from vehicle or human movement, wind pressure or flow, earthquakes and machines operation. In the case of oscillating vibrations, material fatigue is to be observed [4]. As a consequence, structures may collapse and window panes in vehicles or factory halls may crack. In engineering the resonance is a very dangerous phenomenon. A bridge may become damaged due to the vibrations caused by vehicles or a military column marching in unison.

Preventing the resonance is the responsibility of designers and it generally involves incorporating elasticity in the design to reduce the transmission of vibrations and to damp the already existing ones [5].

3. Examples of calculations

The further discussion will focus on the analysis of the reliability of the domes when subjected to dynamic loads. While numerous computer programmes can be applied to solve the eigenproblem, the difficulties of connecting them to the STAND – a destination system for performing the tests – led to the decision of using the individually developed MES3D programme. A calculation module was included in the programme, permitting the solution of the full eigenproblem for any matrix. It made use of the Lapack library procedures developed in the universities of Tennessee, Berkley and Denver [6] in the years 2006-2012.

This paper presents the results obtained for a number of selected steel domes. The first of them is located on top of the former Satellite Services Centre in Psary (Fig. 2). The structure, which rests on a reinforced concrete roof plate, spans 12 metres and has the height of 6 metres. The loadbearing structure is composed of 24 longitudinal supporting members made from RP120x60x4 profiles connected to 2L60x60x6 latitudinal members by means of rigid joints. The calculation model, which provided the basis for the preparation of the data for the MES3D, was developed in the Autodesk Robot. The programme used the elements of a spatial frame with six degrees of freedom in the node. The structure was made up of 144 nodes and 280 members. The dynamic analysis did not take into account the weight of the covering or additional elements. The correctness of the model was verified by static tests, which confirmed that the solutions were fully consistent with the Robot programme.

Figures 3 and 4 show the vibration forms determined in both programmes. They differ slightly, due to the fact that the calculations were performed with the application of different inertia matrices and with a different level of the accuracy.

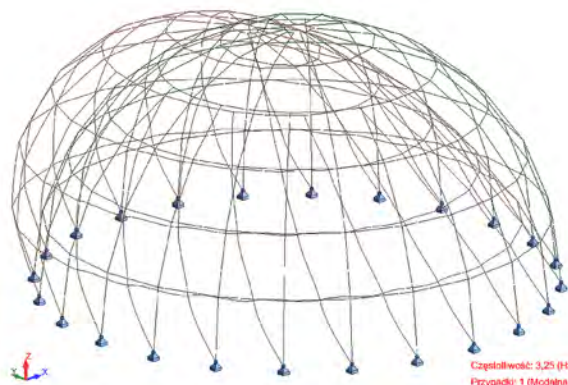


Fig. 3. The first form of normal modes – Robot

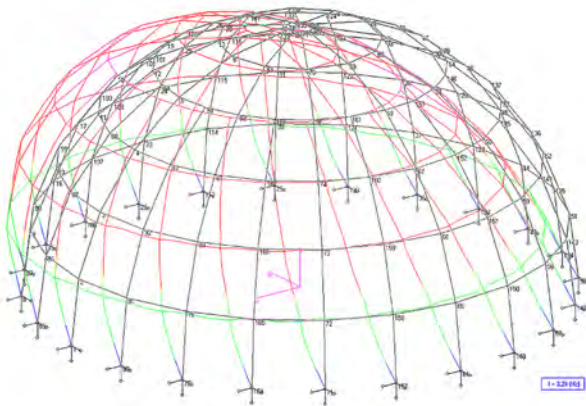


Fig. 4. The first form of normal modes – the MES3D

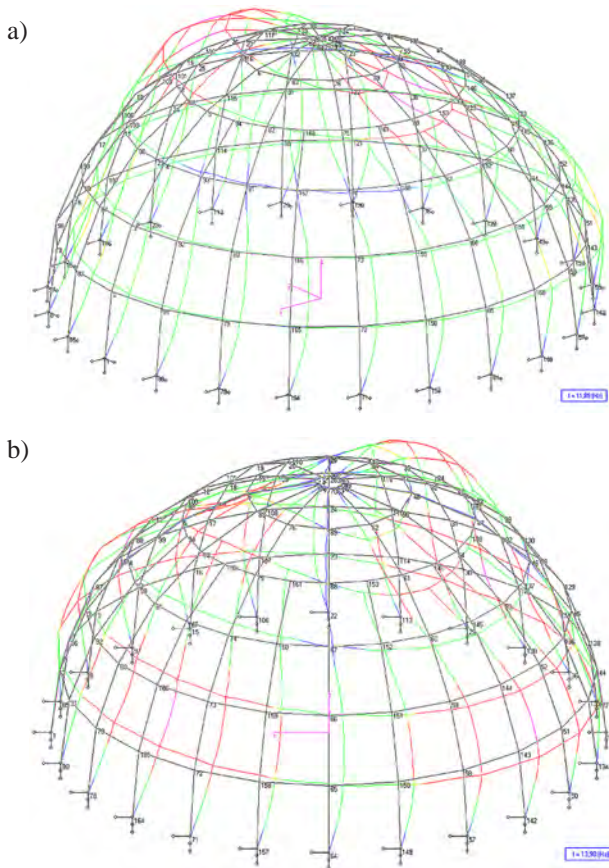


Fig. 5. Further forms of vibrations – the MES3D: a) the fourth, b) the sixth

A further figure show the results obtained for a dome with a bar structure arranged on a hexagonal base. Due to a lack of reference to an actual object, the characteristics were provided by the authors [8]. The calculation model was made with the application of frame elements; the structure consists of 20 nodes and 25 members. The obtained vibration forms are presented in Figure 6.

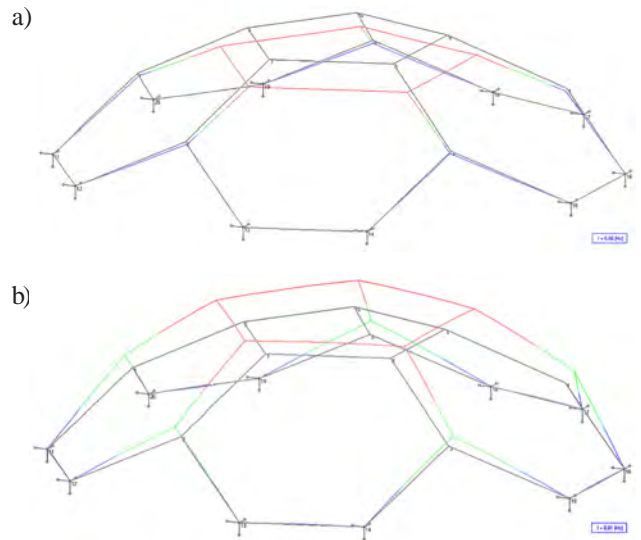


Fig. 6. Dome 2 vibration forms: a) the first, b) the fourth

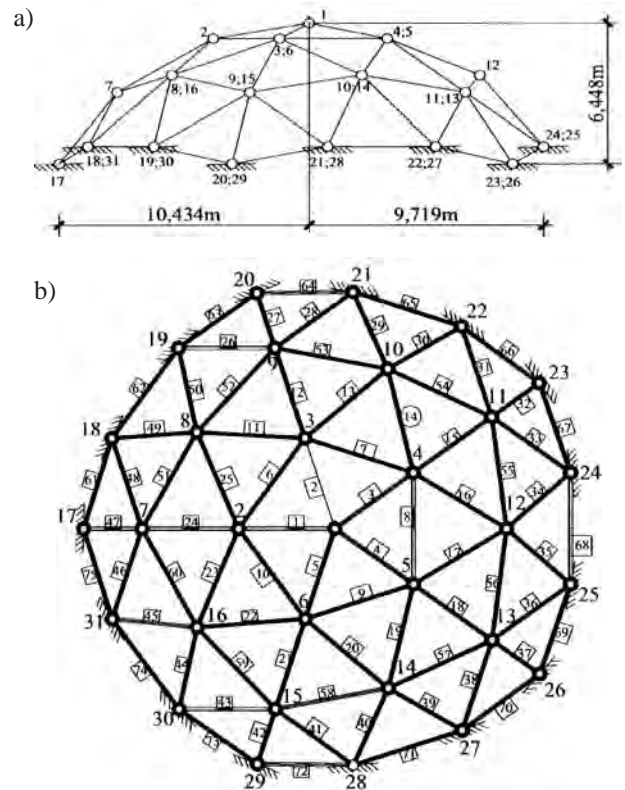


Fig. 7. Geodesic dome diagram: a) bar dome geometry, b) lattice [9]

The next diagrams show the solutions for a geodesic dome in Figure 7. The geometry is based on the research paper [9]. The RO108x10 profiles were adopted. A spatial truss element was applied in the description of the structure; the numerical model was characterized by 31 nodes and 93 degrees of freedom. The selected forms of normal mode vibrations are presented in Figure 8.

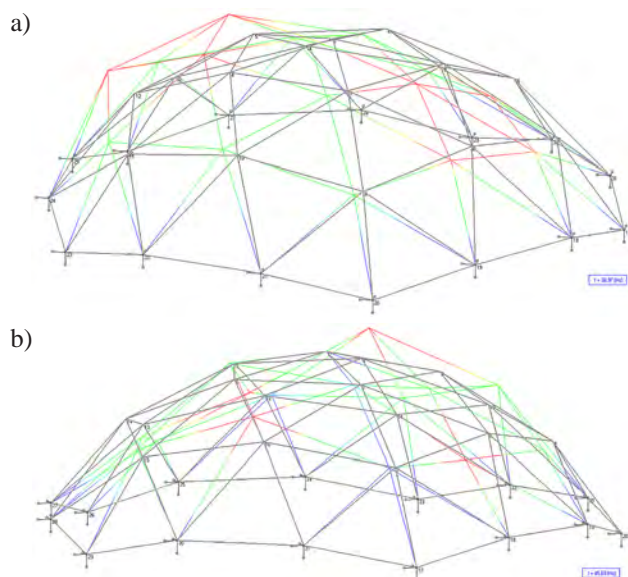


Fig. 8. Forms of geodesic dome vibrations: a) the first, b) the fourth

4. Conclusions

The paper presents the results of a modal analysis of three bar domes. A module was developed to perform this type of calculations. The numerical tests confirmed the correctness of the programme and of the provided calculation models. The further analyses will focus on continuous domes with triangular disc-

plate elements used for their modelling. The structures will be subject to the dome reliability analysis in the context of dynamic problems.

References

- [1] Muszyński W.: *Wpływ materiału na rozwój konstrukcji. Architektura i Budownictwo*. Zeszyt Specjalny nr 1. Politechnika Krakowska. Kraków (1966), pp. 351–410.
- [2] Mirski J.: *Geneza i morfologia kopuł pełnościennych*. Kwartalnik Architektury i Urbanistyki. Tom XLVII. Zeszyt 2/2002. Warszawa (2003), pp.126–146.
- [3] <http://www.geometer.org/mathcircles/geodesic.pdf>
- [4] Lewandowski R.: *Dynamika konstrukcji budowlanych*, Politechnika Poznańska, Poznań 2006.
- [5] Lewandowski R., *Redukcja drgań konstrukcji budowlanych*, Wykład obieralny 2002, 03.
- [6] <http://www.netlib.org/lapack/>
- [7] Kowal Z. i inni: *Rozdz. 2. Hale o dużych rozpiętościach*. Poradnik projektanta konstrukcji metalowych. T. 2. Praca zbiorowa pod kierunkiem W. Boguckiego, Arkady, Warszawa 1982.
- [8] Pilarska D.: *Geometria i stateczność dwóch rodzin struktur prętowych jedno i dwuwarstwowych kopuł sferycznych*. Praca doktorska wykonana w Katedrze Architektury i Urbanistyki, Kielce 2012.
- [9] Radoń U.: *Zastosowanie metody FORM w analizie niezawodności konstrukcji kratowych podatnych na przeskok*. Monografie, studia, rozprawy nr M27. Kielce 2012.

Waldemar Szaniec
Klaudia Biernacka

Analiza modalna wybranych kopuł prętowych

1. Wprowadzenie. Rys historyczny

Kopuły jako obiekty architektoniczne należą do najbardziej wybitnych osiągnięć cywilizacyjnych ludzkości i swój początek miały już w IV tysiącleciu p.n.e. jako trzcinowe chaty o podstawie kołowej lub owalnej, sklepienie kopulastym dachem. W ciągu wieków kopuły zaczęto budować jako sklepienia o kształcie czaszy, półkoliste, półeliptyczne, ostrołukowe lub cebulaste. Pełnościennie czasze były oparte na murze lub bębnie, budowane nad pomieszczeniami o planie kolistym, eliptycznym albo wielobocznym. Do budowy kopuł używano ciosów kamiennych lub cegieł w kształcie klina (kłańców) [2].

Kopuły można klasyfikować według wielu kryteriów. Ze względu na ich konstrukcję możemy je podzielić na pełnościennie i prętowe. Kopuły pełnościennie stopniowo przechodziły od przekryć otworów w murach, poprzez nakrycia powierzchni czworobocznych, aż do właściwej kopuły o kształcie półkolistym w przekroju pionowym. Kształt takiej kopuły najczęściej wiąże się z klasyczną powierzchnią obrotową dwukrzywiznową, która powstaje poprzez obrót linii krzywej lub prostej wokół pionowej osi przechodzącej przez najwyższy położony punkt centralny [2].

Kopuły prętowe zaczęto konstruować w XIX w., kiedy nastąpił rozwój technologii produkcji stali

i żeliwa. Kierowano się przy tym stworzeniem lekkiej konstrukcji łatwej w montażu i demontażu, która przekrywa bardzo duże rozpiętości. Do ich obliczeń można zastosować stosunkowo proste metody obliczeniowe, zwłaszcza przy zastosowaniu komputerów.

Ze względu na układ prętów kopuły możemy podzielić na: południkowo-równoleżnikowe, lamella, równoleżnikowo- spiralne, geodezyjne [7].

2. Zjawisko rezonansu

Aby mówić o zjawisku rezonansu musimy najpierw zdefiniować pojęcie drgań własnych.

Każde ciało sprężyste charakteryzuje się drganiami własnymi o stałym okresie. Drgają deski podłogi, ściany budynków, szyby w oknach itd. Gdy ciało drgające otrzymuje z zewnątrz lekkie impulsy (uderzenia) mogą one wpływać na amplitudę drgań w różny sposób. Impulsy skierowane przeciwnie do prędkości drgań powodują ich tłumienie, zgodne – powodują zwiększenie amplitudy drgań.

Amplituda drgań rośnie do nieskończoności, gdy częstość oddziaływania siły wymuszającej pokrywa się z częstością drgań własnych konstrukcji. Mówimy wtedy, że układ wpadł w rezonans.

Zjawisko rezonansu w obecnych czasach licznych huraganów i kataklizmów stało się bardzo powszechne. Za awarie obiektów odpowiedzialny jest wzrost amplitudy drgań wywołany ruchem pojazdów lub ludzi, parciem lub opływem wiatru, trzęsieniem ziemi lub maszynami. Jeżeli drgania przyjmują charakter oscylacyjny dochodzi do zjawiska zmęczenia materiałowego [4]. W konsekwencji może dojść do zawalenia się obiektu, pęknięcia szyb w pojazdach lub halach fabrycznych. Zjawisko rezonansu jest bardzo niebezpieczne w technice. Most może ulec zniszczeniu na skutek drgań wywołanych przez przejeżdżające pojazdy, lub przez kolumnę wojskową maszerującą równym krokiem.

Przeciwdziałanie występowaniu rezonansu leży w gestii projektantów i najczęściej obejmuje elastyczne projektowanie obiektów redukujące przenoszenie się drgań oraz tłumienie drgań już istniejących [5].

3. Przykłady obliczeniowe

Tematem dalszych rozważań autorów będzie analiza niezawodności kopuł w przypadku obciążeń dynamicznych. Rozwiązywanie problemu własnego opisującego zagadnienie jest możliwe w wielu programach komputerowych. Ze względu na trudności w podpięciu ich do systemu STAND, w którym docelowo będą wykonywane badania, zde-

cydowano się na wykorzystanie autorskiego programu MES3D. Dołączono do niego moduł obliczeniowy, umożliwiający rozwiązywanie pełnego zagadnienia własnego dla dowolnych macierzy. Wykorzystano w nim procedury biblioteczne Lapack opracowane w latach 2006–2012 na uniwersytetach Tennessee, Berkley i Denver [6].

W niniejszej pracy przedstawiono wyniki uzyskane dla wybranych kopuł stalowych. Pierwsza z nich znajduje się na budynku byłego Centrum Usług Satelitarnych w Psarach (rys. 2). Konstrukcja ma 12 m rozpiętości, 6 m wysokości i opiera się na żelbetowej płycie stropu. Układ nośny zbudowany jest z 24 południkowych elementów wsporczych wykonanych z profili RP120x60x4 sztywno połączonych z elementami równoleżnikowymi 2L60x60x6. Model obliczeniowy został zbudowany w programie Autodesk Robot, na jego podstawie przygotowano dane do programu MES3D. Wykorzystano w nim elementy ramy przestrzennej o 6 stopniach swobody w węźle. Układ liczył 144 węzły i 280 elementów. W analizie dynamicznej pominięto masę przekrycia i elementów dodatkowych. Poprawność modelu zweryfikowano wykonując testy statyczne. Uzyskano w nich pełną zgodność rozwiązań z programem Robot.

Na rysunkach 3 i 4 pokazano formy drgań wyznaczone w obydwu programach. Różnią się one nieznacznie między sobą, co związane jest z wykorzystaniem w obliczeniach różnych macierzy bezwładności i poziomem dokładności wykonywanych obliczeń.

Na rysunku 5 przedstawiono wyniki uzyskane dla kopuły z układem prętów zbudowanym na bazie sześciokąta. Ze względu na brak odniesienia do obiektu rzeczywistego wykorzystano w nim charakterystyki przedstawione przez autorów [8]. W modelu obliczeniowym wykorzystano elementy ramowe, układ zawiera 20 węzłów i 25 elementów. Uzyskane formy drgań przedstawiono na rysunku 6.

Kolejne plansze pokazują rozwiązania dla kopuły geodezyjnej przedstawionej na rysunku 7. Geometrię zaczerpnięto z pracy [9]. Przyjęto profile RO108x10. Do opisu konstrukcji wykorzystano element kratownicy przestrzennej, model numeryczny zawierał 31 węzłów i 93 stopnie swobody. Wybrane formy drgań własnych przedstawiono na rysunku 8.

4. Wnioski

W pracy przedstawiono wyniki analizy modalnej trzech kopuł prętowych. Zbudowano moduł umożli-

wiający wykonywanie tego typu obliczeń. Wykonano testy numeryczne potwierdzające poprawność programu oraz zbudowanych modeli obliczeniowych. Kolejne analizy dotyczyć będą kopuł pełnościennej, do ich zamodelowania zostaną wykorzystane trójkątne elementy płytowo-tarczowe. Układy te zostaną wykorzystane w analizie niezawodności kopuł w przypadku zagadnień dynamicznych.